

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)

Dott. Giovanni Masala – gennaio 2023



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4}}$$

Dominio	$E = (-\infty, -2) \cup [1, 2) \cup [3, +\infty)$
Positività	$P = (1, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(1;0) \quad B(3;0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x} - \sqrt{4x^2 + 3x - 2})$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(x^2 + 3x - 9)}{x^2 - 2x}$

Soluzioni	$-5/4; 7/2$
-----------	-------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 3}{3x - 3}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 - 2x - 3}{3(x-1)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
Estremi	$M(-1; -2/3) \quad m(3; 2)$ cresce in $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = (2x^2 - x) \cdot e^{2x-1}$

Derivata prima	$f' = e^{2x-1} \cdot (4x^2 + 2x - 1) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 4e^{2x-1} \cdot x \cdot (2x + 3)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3/2; 6e^{-4}); F_2(0; 0)$ convessa in $(-\infty, -3/2) \cup (0, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 - x + 1}{(x-2) \cdot (x^2 - 4x + 3)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{1, 2, 3\}$
As. verticali	$x = 1, x = 2 \text{ e } x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = x + 8$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_1^4 \left(\frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{x}-1} \right) dx \quad \text{e} \quad \int 4x \cdot e^{2-4x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{32} \left(8x + 4\sqrt{x} + \log(4\sqrt{x}-1) \right)$ $\frac{1}{32} \left(28 + \log\left(\frac{7}{3}\right) \right) \approx 0,9015$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{4} e^{2-4x} \cdot (4x+1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + z = 4 \\ x + k \cdot y + z = 1 \\ k \cdot x - 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1; 9$: incompatibile $k \neq -1; 9$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{6k+9}{-k^2+8k+9}; y = \frac{3(k-2)}{-k^2+8k+9}; z = \frac{4k \cdot (k-2)}{k^2-8k-9}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -x^2 + x \cdot y + 4x - 2y^2 - 2y + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - y = 2$.

Derivate parziali	$f_x = -2x + y + 4 \quad f_y = x - 4y - 2$
Estremi liberi	$M(2;0) \quad z = 6 \quad H = 7$
Estremi vincolati	$M(1;0) \quad \lambda = 1 \quad z = 5$ $H = 14$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Lagrange con esempio e significato geometrico (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema della permanenza del segno (punti 2, 4*)
- 3) Integrale definito: proprietà e significato geometrico (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*